Ambito Disciplinare 8

Programma d'esame

CLASSE 38/A - FISICA

CLASSE 47/A - MATEMATICA

CLASSE 49/A - MATEMATICA E FISICA

Temi d'esame proposti in precedenti concorsi

CLASSE 38/A - FISICA

CLASSE 47/A - MATEMATICA

CLASSE 49/A - MATEMATICA E FISICA

Programma d'esame

CLASSE 38/A - FISICA

CLASSE 47/A - MATEMATICA

CLASSE 49/A - MATEMATICA E FISICA

Le indicazioni contenute nelle «Avvertenze generali» sono parte integrante del programma di esame.

Programma di MATEMATICA

Classi: 47/A e 49/A

L'esame comprende una prova scritta e una prova orale.

Le prove di matematica, scritta e orale, vertono sugli argomenti contenuti nell'*Allegato A,* nonché sulle problematiche metodologiche e didattiche relative alla matematica.

Prova scritta

La prova scritta, *comune e obbligatoria per le classi di concorso 47/A e 49/A,* consiste nello svolgimento di quesiti di matematica tra più proposti con riferimento ai contenuti previsti nell'*Allegato* A.

E' consentito soltanto l'uso di calcolatrice tascabile numerica non programmabile.

Durata della prova: 8 ore.

N.B.: L'esito positivo della prova scritta è condizione di ammissione alle prove successive (D.M. 10 agosto 1998, n. 354, art. 4, comma 2).

Prova *orale*

La prova orale verte sui contenuti previsti nell'*Allegato A e* sugli aspetti metodologico-didattici della matematica.

ALLEGATO A

1. Elementi di logica matematica: il calcolo proposizionale; regole d'inferenza e derivazioni nel calcolo dei predicati.

Il metodo ipotetico deduttivo: concetti primitivi, assiomi, definizioni, teoremi. Coerenza, indipendenza e completezza di un sistema di assiomi. Sistemi formali e modelli.

2. Algoritmi e loro proprietà. Costruzione di algoritmi e loro traduzione in un linguaggio di programmazione.

Insiemi di dati e loro strutture notevoli.

Implementazione di algoritmi diretti e iterativi. Controllo della precisione. Algoritmi ricorsivi. Complessità computazionale.

Formalizzazione del concetto di algoritmo. Tesi di Church. Funzioni non calcolabili. Problemi non decidibili.

3. Nozioni di teoria degli insiemi: operazioni sugli insiemi, prodotto cartesiano, relazioni. Strutture d'ordine.

Gli insiemi numerici: N, Z, Q, R, C. Numeri algebrici e numeri trascendenti. Principio d'induzione.

Cardinalità di un insieme. Insiemi infiniti e confronto tra essi.

Strutture algebriche: gruppo, anello, corpo. Spazi vettoriali. Basi, trasformazioni lineari.

Matrici, determinanti, risoluzione di sistemi lineari. Struttura algebrica dell'insieme delle matrici.

4. La geometria euclidea e i suoi assiomi. Geometria affine e proiettiva. Geometrie non euclidee. Spazi topologici.

Il metodo analitico in geometria: curve e superfici algebriche.

Trasformazioni geometriche: isometrie, similitudini, affinità, proiettività.

Trasformazioni topologiche. Le geometrie secondo il programma di Klein.

5. Successioni numeriche. Funzioni.

Limite, continuità. Calcolo differenziale per funzioni di una e più variabili reali.

Il problema della misura. Calcolo integrale per funzioni di una variabile reale.

Serie numeriche. Sviluppo in serie di una funzione in una variabile reale: serie di potenze, serie di Fourier.

Equazioni differenziali ordinarie.

6. Il calcolo numerico: errori e loro propagazione, interpolazione. Risoluzione approssimata di equazioni. Integrazione numerica.

7. Eventi aleatori. Probabilità: definizioni, valutazioni e proprietà.

Probabilità condizionata, indipendenza stocastica. Teorema di Bayes.

Variabili aleatorie. Alcune distribuzioni di probabilità: binomiale, geometrica, di Poisson, rettangolare o uniforme su un intervallo, esponenziale, normale.

Convergenze: legge dei grandi numeri e teorema centrale del limite.

Relazioni fondamentali tra le diverse distribuzioni.

8. Indagine statistica: fasi dell'indagine, rilevazione dei dati, codifica e archiviazione. Analisi statistica univariata: distribuzioni statistiche e rappresentazioni grafiche. Indici statistici per variabili quantitative e proprietà.

Analisi statistica bivariata: distribuzioni statistiche bivariate (tabelle a doppia entrata); distribuzioni congiunte, condizionate, marginali; indipendenza e connessione.

Regressione. Adeguatezza del modello. Bontà dell'adattamento. Regressione lineare multipla.

Inferenza statistica: schemi di campionamento; problemi e metodi di stima parametrica.

9. Strumenti e programmi informatici per il calcolo matematico numerico e per la grafica.

10. I principali momenti della storia della matematica.

Programma di FISICA

Classi: 38/A e 49/A

L'esame comprende una prova scritta, una prova pratica e una prova orale.

Prova scritta

La prova scritta, *comune e obbligatoria per le classi di concorso 38/A e 49/A*, consiste nello svolgimento di un tema scelto dal candidato fra tre proposti; il tema verte sulla trattazione critica di un argomento e/o di un problema, che può prevedere una risoluzione numerica; può anche essere richiesta l'integrazione della trattazione con una proposta didattica,
per esempio l'organizzazione di una lezione o di un'esperienza di laboratorio.

E' consentito soltanto l'uso di calcolatrice tascabile.

Durata della prova: 8 ore.

Prova pratica

La prova pratica, *aggiuntiva per le classi di concorso 38/A e 49/A*, è proposta dalla commissione esaminatrice e si svolge in laboratorio; essa può riguardare la misura di una o più grandezze fisiche, la verifica di una legge o lo studio di un fenomeno fisico; il risultato deve essere descritto e commentato in un'apposita relazione scritta.

La prova scritta e quella pratica vertono sugli argomenti compresi nell'*Allegato* B.

Prova orale

La prova consiste nella trattazione scientifica e didattica di argomenti compresi nell'*Allegato* B.

ALLEGATO B

- *Storia e didattica della fisica*

Sviluppo della ricerca scientifica in fisica, con particolare attenzione alla fisica del 1900. Evoluzione nella didattica della fisica. Il metodo sperimentale. Analisi di contenuti e didattica della fisica nei programmi delle scuole di ogni ordine e grado.

- *Grandezze fisiche e loro misura*

Grandezze fisiche scalari e vettoriali. Calcolo vettoriale. Equazioni dimensionali. Sistema S. I. delle unità di misura. Interazione tra osservatore e sistema osservato. Strumenti di misura. Valutazione degli errori di una misura. Cifre significative. Utilizzo di almeno un linguaggio di programmazione. Utilizzo dei principali pacchetti applicativi (video scrittura, foglio elettronico, database, simulazioni). Metodologia on-line nel laboratorio di fisica.

- *Meccanica del punto materiale e del corpo rigido*

Le tre leggi della dinamica. Descrizione cinematica e dinamica del moto di un punto materiale. Sistema di punti materiali. Corpo rigido. Centro di massa. Conservazione della quantità di moto e del momento angolare. Lavoro di una forza e del momento di una forza. Energia cinetica di traslazione e di rotazione. Condizioni d'equilibrio. Forze d'attrito. Principio di conservazione dell'energia meccanica. Urti in una e in due dimensioni. Forze conservative e non conservative. Statica e dinamica dei fluidi. Limiti della meccanica newtoniana per grandi velocità.

- *Sistemi di riferimento e relatività*

Sistema di riferimento inerziale. Trasformazioni di Galilei. Invarianza delle leggi della meccanica. Forze apparenti. La non invarianza della teoria elettromagnetica. Misure della velocità della luce. Esperimento di Michelson - Morley. La simultaneità come concetto relativo. Trasformazioni di Lorentz. Contrazione delle lunghezze e dilatazione dei tempi. Composizione relativistica della velocità. Spazio-tempo di Minkowski. Massa e quantità di moto relativistici. Relazione tra massa ed energia. Effetto Doppler relativistico.

- *Forze e campi*

Concetto di campo come superamento dell'azione a distanza. Campi scalari e vettoriali. Campo gravitazionale. Campo elettrico nel vuoto e nella materia. Moto di masse nel campo gravitazionale. Moto di cariche nel campo elettrostatico. Circuitazione e flusso. Teorema di Gauss. Capacità elettrica e condensatori. Campo magnetico nel vuoto e nella materia. Concetti di campo conservativo e non conservativo. Flusso e circuitazione di B. Teorema di Ampére. Moto di cariche in un campo magnetico: forza di Lorentz. Energia e densità d'energia nei campi elettrico e magnetico. Conduttori, isolanti, semiconduttori. Circuiti elettrici in corrente continua ed alternata. Effetto Joule. Interpretazione microscopica della corrente elettrica nei solidi conduttori. Il passaggio della corrente elettrica nei componenti a semiconduttore. Comportamento di conduttori percorsi da corrente in un campo magnetico. Effetto Hall. Induzione elettromagnetica. Campi elettrici e magnetici variabili. Vettore di Poynting. Impulso della radiazione elettromagnetica. Principi generali sulla produzione, la trasformazione e il trasporto dell'energia elettrica.

Oscillazioni ed onde

Oscillatore armonico. Energia dell'oscillatore. Sistemi meccanici ed elettrici oscillanti. Oscillazioni smorzate, forzate, risonanza. Onde e loro propagazione. Effetto Doppler. Principio di sovrapposizione delle onde. Teorema di Fourier. Onde stazionarie. Interpretazione dei fenomeni di propagazione ondosa mediante il principio di Huygens. Modelli ondulatorio e corpuscolare della luce. Ottica geometrica: riflessione e rifrazione, lenti sottili, strumenti ottici principali. Doppia rifrazione. Onde elettromagnetiche. Interferenza, diffrazione, polarizzazione e strumentazione relativa. Equazioni di Maxwell. Generazione, trasmissione e ricezione di segnali elettromagnetici. Unità fonometriche. Unità fotometriche.

- *Termodinamica e modelli statistici*

Sistemi a gran numero di particelle. Grandezze fisiche macroscopiche: pressione, volume e temperatura. Equazioni di stato del gas ideale e dei gas reali. Equilibrio termico e principio zero della termodinamica. Dilatazione termica dei corpi solidi e liquidi. Termometri. Passaggi di stato. Energia interna e primo principio della termodinamica. Propagazione dell'energia termica. Calore e sua misura. Calori specifici. Trasformazioni reversibili ed irreversibili. Ciclo di Carnot. Secondo principio della termodinamica. Entropia. I potenziali termodinamici. Principali macchine termiche. Teoria cinetica del gas ideale. Distribuzione della velocità delle molecole in un gas. Principio di equipartizione dell'energia. Terzo principio della termodinamica.

- *Quanti, materia, radiazione*

Prime prove dell'esistenza degli atomi. Moto browniano. Determinazione del numero di Avogadro. Il passaggio dell'elettricità nei liquidi. Elettrolisi. Passaggio dell'elettricità negli aeriformi. Scoperta dell'elettrone e determinazione del rapporto e/m. Esperimento di Millikan. Radiazione del corpo nero e ipotesi di Planck. Il fotone. Effetto fotoelettrico. Effetto Compton. Ricerche sulla spettroscopia ed i modelli di atomo. Esperienza di Franck ed Hertz. Numeri quantici. Principio di Pauli. Esperienza di Stern e Gerlach. Effetto Zeeman. Eccitazione e ionizzazione di un atomo. Radiazioni atomiche ad alta frequenza. Spettro dei raggi X. Emissione stimolata (laser). Lunghezza d'onda di De Broglie. Diffrazione degli elettroni. Principio d'indeterminazione di Heisemberg. Equazione di Schrödinger. Comportamento di una particella in una buca di potenziale rettangolare. Funzioni d'onda. Effetto tunnel.

- *La fisica del nucleo e delle particelle*

Protone e neutrone. Composizione dei nuclei atomici: modelli nucleari. Numero atomico e numero di massa. Isotopi. Interazioni nucleari. Stabilità nucleare. Radioattività naturale e famiglie radioattive. Decadimento radioattivo. Tipi di radioattività e spettri delle radiazioni. Radioattività artificiale: reazioni nucleari, fissione, fusione. Radiazione cosmica. Acceleratori lineari e circolari. Materia ed antimateria. Produzione di coppie e annichilazione. Il neutrino. Classificazione delle particelle. Interazioni fondamentali e principi di conservazione. Il modello standard. Interazione di particelle cariche e di radiazioni elettromagnetiche con la materia. Metodi di rilevazione di particelle ionizzanti e di fotoni. Interazioni dei neutroni con la materia e tecniche di rilevazione. Grandezze radiometriche e dosimetriche. Effetti biologici delle radiazioni.

- *Fonti di energia*

Energie alternative: problemi del risparmio energetico. Schema concettuale degli impianti termici convenzionali e degli impianti idroelettrici. Utilizzazione dell'energia nucleare. Principio di funzionamento dei reattori nucleari. Sicurezza nucleare e protezione sanitaria. Stoccaggio dei rifiuti radioattivi.

- *L'universo fisico*

Struttura e dinamica del sistema solare. Le galassie. Nascita, evoluzione e morte di una stella. Le reazioni termonucleari all'interno di una stella. Il sole. Metodi d'indagine in astrofisica. Ipotesi della relatività generale. Curvatura dello spazio tempo. Rallentamento degli orologi nel campo gravitazionale. Il red-shift. Modelli d'universo.

Temi d'esame proposti in precedenti concorsi

Classe di concorso

038A Fisica

(vecchia denominazione A044 Fisica; A045 Fisica, impianti nucleari e tecnologie relative)

Fisica

Concorso ordinario 1982

Prova scritta.

1) Limiti della meccanica newtoniana per velocità prossime a quella della luce.
2) Entropia e probabilità.
3) I modelli atomici.

Concorso ordinario 1984

Prova scritta

1) Lo spettro di corpo nero e la costante di Planck.

2) Conduttori e semiconduttori: caratteristiche sia macroscopiche che microscopiche.

3) Interazione tra osservatore e sistema osservato: il principio di indeterminazione.

Concorso ordinario 1990

Prova scritta

1) Analogie tra il flusso di un fluido in una condotta e la corrente elettrica in un conduttore elettrico.
0
2) Gli spettri dei gas.

3) L'equazione di Schroedinger: teoria e applicazioni.

Durata della prova: ore otto.
E' consentito soltanto l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.
È fatto divieto di svolgere più di un solo tema, pena l'annullamento della prova.

Concorso riservato 1983 (art.35)

Il candidato, sotto forma di lezione e privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata, tratti di uno dei seguenti argomenti:

1) Spettroscopia.

2) Sistemi ottici.

3) Proprietà dei gas.

4) Unità di misura.

5) Principi di conservazione.

6) La radioattività artificiale.

Durata della prova: 8 ore.
E' consentito l'uso del vocabolario.
Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.

Concorso riservato 1983 (art.76)

Il candidato, sotto forma di lezione e privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata, tratti di uno dei seguenti argomenti:

1) Lenti e prismi.

2) Il secondo principio della termodinamica.

3) Interferenza.

4) Strumenti e metodi di misura.

5) Radiazioni ionizzanti.

6) Leggi della dinamica.

Durata della prova: 8 ore.
E' consentito l'uso del vocabolario.
Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.

Concorso riservato 1988

Il candidato tratti, sotto forma di lezione, uno dei seguenti argomenti, privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata:

1) Oscillazioni meccaniche e onde.

2) Quantità di moto e sua conservazione.

3) Rifrazione della luce e rifrattometri.

4) Effetti della corrente elettrica continua.

5) Induzione elettromagnetica..

6) Isotopi radioattivi.

Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.
È consentito solo l'uso del vocabolario italiano e di calcolatrici tascabili.

Fisica, impianti nucleari e tecnologie relative

Concorso ordinario 1982

Prova scritta

1) Nascita e sviluppo degli acceleratori di particelle: nuovi mezzi di indagine sulla costituzione della materia.

2) Il controllo del reattore nucleare, caratteristiche e finalità della strumentazione impiegata.

3) Discutere la necessità di contenimento delle dosi da radiazioni nucleari, esporre il criterio di rischio accettabile e le tecniche impiegate nella sorveglianza fisica ambientale ed individuale.

Concorso ordinario 1984

Prova scritta

1) Il fattore di moltiplicazione infinito per reattori termici e per reattori veloci.

2) Fenomeni d'interazione dei neutroni con la materia. Rivelatori di neutroni.

3) Il ciclo termodinamico di Rankine associato agli impianti termici di un reattore nucleare. Confrontare l'impianto termico di un P.W.R. con quello di un B.W.R.

Concorso ordinario 1990

Il candidato svolga, a scelta, uno dei seguenti temi:

1) Caratteristiche dell'impianto termico in un reattore P.W.R.

2) Problemi di schermaggio delle radiazioni nucleari.

3) Sistema di refrigerazione in un reattore veloce.

Durata massima della prova: ore otto.
È consentito soltanto l'uso di manuali tecnici e di calcolatrici.
È fatto divieto di svolgere più di un solo tema, pena l'annullamento della prova.

Concorso riservato 1983 (art.76)

1) Lenti e prismi.

2) Il secondo principio della termodinamica.

3) Interferenza.

4) Strumenti e metodi di misura.

5) Radiazioni ionizzanti.

6) Leggi della dinamica.

7) Nel descrivere la fissione nucleare, dare particolare risalto alla fenomenologia inerente all'emissione dei neutroni ritardati.

8) Nel panorama delle fonti alternative al petrolio e agli altri combustibili convenzionali, discutere come si colloca in termini economici, politici e strategici, la scelta nucleare.

9) Descrivere i componenti asserviti al controllo della reattività a breve, medio e lungo termine nei reattori nucleari a contenitore in pressione moderati ad acqua leggera (BWR, PWR).

Concorso riservato 1988

Il candidato tratti, sotto forma di lezione, uno dei seguenti argomenti, privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata:

1) Oscillazioni meccaniche e onde.

2) Quantità di moto e sua conservazione.

3) Rifrazione della luce e rifrattometri.

4) Effetti della corrente elettrica continua.

5) Induzione elettromagnetica.

6) Isotopi radioattivi.

7) Vantaggi e svantaggi di un reattore termico rispetto ad un reattore veloce.

8) Controllo e regolazione negli impianti nucleari.

Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.

Temi d'esame proposti in precedenti concorsi

Classe di concorso
047A Matematica
(vecchia denominazione A063 Matematica)

Concorso ordinario 1982

Prova scritta

1) Si studino le curve soluzioni dell'equazione differenziale

$$(1-3x^2)dx-(1-3y^2)dy=0$$

mettendo in rilievo le simmetrie di ciascuna curva e della famiglia delle curve nel suo complesso.

2) A. Si studi la curva C di equazione

$$x^4+y^4-y(x^2+y^2)=0$$

verificando che la sua parte reale è contenuta in un rettangolo.

B. Si determini, tra i triangoti inscritti in C, aventi un vertice nel punto A(0, 1) ed il lato opposto parallelo alla tangente a C in A, quello di area massima.
C. Si calcoli il volume del solido che si ottiene facendo ruotare nello spazio, di coordinate x, y, z, la regione di piano delimitata da **C** di mezzo giro attorno al suo asse di simmetria.

3) A. Si scriva lo sviluppo di Taylor della funzione

$$f(x)=\frac{1}{1+x^2}$$

in serie di potenze di $\boldsymbol{x}$ e si determini il raggio di convergenza di tale sviluppo.
B. Si commenti il risultato ottenuto osservando che $\boldsymbol{r}$ è finito, pur essendo la funzione ***f(x)*** analitica su tutto l'asse reale.
C. Si considerino i polinomi della forma $\boldsymbol{P(x) = a + bx^2}$
e si determinino i coefficienti **a, b** in modo tale che il valore dell'integrale

$$\int_{-1}^{1}[\mathbf{f}(\mathbf{x})-\mathbf{P}(\mathbf{x})]^2\,\mathbf{dx}$$

risulti minimo.

D. Tenendo presente che sia il polinomio ***P(x)*** che lo sviluppo di Taylor, troncato al termine di grado due, rappresentano due diversi metodi di approssimazione polinomiale della funzione ***f(x)***, si illustrino i loro significati e si confrontino le diverse utilizzazioni.

Concorso ordinario 1984

Prova scritta

1) In un sistema di assi coordinati ortogonali ***Oxy*** è dato, per ogni intero positivo **n**, l'insieme

$$E_n = \{(x, y); x^{2n} + y^{2n}\} < 1$$

A. Si dimostri che

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} \mathbf{E_n} = \mathbf{Q}$$

dove si è posto

$$\mathbf{Q = \{ (x, y); (x) < 1, (y) < 1\} .}$$

B.Si determini un intero $\mathbf{n_o}$ tale che risulti, per ogni $\mathbf{n > n_o}$,

$$\mathbf{E_n :\supset Q_o,}$$

dove si è posto

$$\mathbf{Q_o = \{ (x, y); (x) < 0{,}99; (y) < 0{,}99\}}$$

C. Indicata con $\mathbf{L_n}$ la lunghezza della curva chiusa

$$\mathbf{x^{2n} + y^{2n} = 1,}$$

per ogni intero positivo **n**, si dimostri che $\mathbf{L_n \leq 8}$ e che

$$\mathbf{\lim_{n \to \infty} L_n = 8.}$$

D. Nello spazio, di coordinate ortogonali **x**, **y**, **z**, si calcoli il volume **V** del solido

$$\mathbf{K = \{ (x, y, Z); x^4 + y^4 \;\; 1, x \geq 0, y \geq 0,}$$

$$0 \leq \mathbf{z} \leq \frac{\mathbf{x}}{\sqrt{1 + \mathbf{y}^2}}$$

2) In un sistema di assi coordinati ortogonali **Oxy** sono date la parabole di equazione

$$x^2 - y^2 = 0$$

e la circonferenza di equazione

$$x^2 + y^2 - 2ry = 0 \qquad (r > 0).$$

Si studi il luogo dei baricentri dei triangoli che hanno un vertice in **0** e gli altri due vertici, dei quali uno sulla parabola e l'altro sulla circonferenza, su una retta parallela alla tangente nel vertice alla parabola.

3) A. Date, in un piano, una circonferenza **C** di centro **0** ed una retta **r** passante per **0**, si trovi la totalità **T** delle parabole bitangenti a **C** ed aventi per asse la retta **r**. Detta **S** la regione finita di piano delimitata da una parabola di **T** e dalla sua simmetrica rispetto alla perpendicolare ad **r** passante per **0**, si determini la regione $\mathbf{S_o}$ di area minima. Si calcolino l'area A di $\mathbf{S_o}$ e la lunghezza di **L** del suo contorno. B. Si consideri. il solido **K** ottenuto facendo ruotare la regione **S** attorno all'asse di simmetria delle parabole di **T** e si determini il solido $\mathbf{K_1}$ di volume minimo. Si dica se questo solido $\mathbf{K_1}$ coincide con il solido $\mathbf{K_o}$ ottenuto facendo ruotare nel modo detto la regione $\mathbf{S_o}$ di area minima. Si calcoli il volume **V** del solido $\mathbf{K_1}$. D. Si diano espressioni decimali approssimate a meno di **0,01** per i valori trovati di **L** e di **V**, giustificando opportunamente i passaggi effettuati (arrotondamenti, maggiorazioni d'errore, ecc.).

Concorso ordinario 1990

Prova scritta

1) In un piano **P** è dato un sistema di assi coordinati ortogonali monometrici, di origine **O**. Un punto qualunque del piano **M(x, y)** può essere rappresentato con un numero complesso $\mathbf{z = x + iy}$, chiamato affissa di **M**. Sia **z*** il complesso coniugato di **z**.

- Dato un numero complesso **a**, diverso da zero, considerare l'applicazione φ_a del piano **P** privato dell'origine, in se stesso, che ad ogni punto **M** di affissa **z** fa corrispondere **M'** di affissa $\mathbf{z' = a/ z^*}$. Dire se tale applicazione è o no biiettiva. Determinare l'insieme dei punti invarianti dell'applicazione φ_a, al variare di **a**.
- L'applicazione composta $\varphi_b * \varphi_a$, essendo **b** ed **a** due numeri complessi non nulli, rappresenta una trasformazione geometrica del piano **P**: dire di quale trasformazione si tratta. Esaminare in particolare il caso **b = a**.

- Nel seguito del problema sia **a** un reale strettamente positivo; dimostrare che, in tale caso, la φ_a è una involuzione. Esprimere, in questo caso, le equazioni della trasformazione φ_a, che manda **M(x,y)** in **M'(x',y')** e scriverne le trasformazioni inverse. Mostrare che la φ_a è una trasformazione quadratica, della quale si dovrà mettere in evidenza qualche proprietà.
- I numeri complessi **z** e **z'**, affisse di **M** e di **M'**, siano espressi nella forma trigonometrica: $\mathbf{z = r (\cos\theta + i \sin\theta')}$, $\mathbf{z' = r' (\cos\theta' + i \sin\theta')}$; esprimere **r'** e **θ'** in funzione di **r** e **θ**.
- Sia **Γ** una circonferenza passante per **O** e avente centro in un punto **C (c,0)** dell'asse delle ascisse. Determinare l'immagine data dalla trasformazione φ_a della circonferenza **Γ**, privata del punto **O**.
- Data la curva **H** di equazione $\mathbf{x^2 - y^2 + 2x = 0}$, mostrare che si tratta di un'iperbole; determinarne centro, assi, vertici, fuochi, asintoti.
- Nell'applicazione considerata nelle domande precedenti porre **a = 1**. Sia **K** l'immagine di **H** data dalla φ_1 : mostrare che **K** è una cubica circolare; esaminarne le singolarità e farne una rappresentazione grafica. In particolare, trovare le tangenti alla **K** nell'origine e nell'ulteriore punto di intersezione con l'asse delle ascisse.
- Trattare le trasformazioni quadratiche, in particolare l'inversione per raggi vettori reciproci.

2) Indicare con **P(a,r)** la progressione aritmetica di ragione **r** **0** e di primo termine **a**, con $\mathbf{S_n}$, la somma dei primi **n** termini della progressione, con $\mathbf{T_n}$ la somma dei quadrati dei primi **n** termini. - Scelti **p** e **q** numeri reali, dire se esiste una progressione **P(a,r)** tale che: $\mathbf{S_n = p\, n^2 + q\, n}$. In caso affermativo calcolare **a** ed **r** in funzione di **p** e di **q**. In particolare, calcolare **a** ed **r** per **p = 3** e **q = 5**.
- Calcolare la somma $\mathbf{\Sigma_n}$, dei quadrati dei numeri interi consecutivi da **1** ad **n** (si potrà considerare lo sviluppo di $\mathbf{(x + 1)^3}$ dando ad **x** i valori **1, 2, 3, ... n**, e addizionando membro a membro le uguaglianze ottenute).
Dedurre una espressione di $\mathbf{T_n}$ per una progressione **P(a,r)**, in funzione di **a, r** ed **n**. In particolare, calcolare la somma dei quadrati dei primi **n** numeri interi dispari.
- Quale condizione devono verificare i numeri **b, c** e **d** affinché esista una **P(a,r)** tale che $\mathbf{T_n = b\, n^3 + c\, n^2 + d\, n}$?
- Trattare l'insieme $\mathbb{N}$ dei numeri naturali.

3) In un piano euclideo riferito ad un sistema di assi coordinati ortogonali monometrici di origine **O**, considerare la trasformazione **h** che al punto **M(x,y)** associa **M'(X,Y)** tale che:

$$\begin{cases} \mathbf{x = x - y + 1} \\ \mathbf{y = x + y} \end{cases}$$

Mostrare che **h** è una similitudine piana diretta della quale si preciseranno gli elementi.
- Studiare la conica **C** di equazione
$\mathbf{x^2 + y^2 - 2xy + x - 3y = 0}$.
Determinare l'equazione cartesiana della curva **C'**, immagine della curva **C** data dalla trasformazione **h**; trovare le caratteristiche (fuoco, direttrice, vertice) e rappresentare le curve **C** e **C'**
- Considerare la funzione

$$\mathbf{F(x) = \int_0^x \frac{f(t)}{\sqrt{x - t}}\,dt}$$

essendo **f(t)** una funzione definita sull'insieme dei numeri reali. Trovare il dominio di definizione e studiare la continuità e la derivabilità di **F(x)**.
Determinare il comportamento di **F(x)** per **x** tendente a più infinito quando si suppone l'esistenza di $\mathbf{L = \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) / x}$.
- Trattare le ipotesi del continuo.

Durata massima della prova: ore otto.
E' consentito soltanto l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.
È fatto divieto di svolgere più di un solo tema, pena l'annullamento della prova.

Concorso riservato 1983 (art.35)

Il candidato, sotto forma di lezione e privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata, tratti di uno dei seguenti argomenti:

1) I numeri reali.
2) Scomposizione di un polinomio in fattori.
3) La circonferenza.
4) Relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo.
5) Massimi e minimi delle funzioni.

Durata della prova: 8 ore.
E' consentito l'uso del vocabolario.
Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.

Concorso riservato 1983 (art.76)

1) La divisione dei polinomi e la regola di Ruffini.
2) Equivalenza nel piano o nello spazio.
3) Punti notevoli dei triangoli.
4) Potenza di un binomio.
5) Applicazioni dell'integrale definito.

Durata della prova: 8 ore.
E' consentito l'uso del vocabolario.
Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.

Concorso riservato 1988

Il candidato tratti, sotto forma di lezione, uno dei seguenti argomenti, privilegiandone l'aspetto metodologico-didattico con riguardo agli alunni cui la lezione stessa sarebbe destinata:

1) Equazione della parabola nel piano cartesiano.
2) La congruenza dei triangoli.
3) La rettificazione della circonferenza.
4) Il principio di Cavalieri e sue applicazioni.
5) La derivata di una funzione e sue applicazioni.
6) I radicali.

Il candidato, nell'elaborato, indichi a quale tipo di scuola appartengono gli alunni cui rivolge la propria lezione.
È consentito solo l'uso del vocabolario italiano e di calcolatrici tascabili.

Temi d'esame proposti in precedenti concorsi

Classe di concorso
049A Matematica e fisica
(vecchia denominazione A065 Matematica e fisica)

Concorso ordinario 1982

Prova scritta di matematica

1) È data un'ellisse **E** di semiassi **a**, **b**.
A. Nella totalità dei quadrilateri inscritti in **E** si caratterizzino quelli di area massima; in particolare, si provi che ogni punto di **E** è vertice di un quadrilatero siffatto. (Si fissi un opportuno sistema di riferimento cartesiano ortogonale e si tenga presente che: a) nella totalità dei quadrilateri inscritti in una circonferenza, quelli di area massima sono i quadrati; b) ogni ellisse è la trasformata di una circonferenza in un'opportuna affinità; c) le affinità conservano i rapporti tra le aree di figure che si corrispondono).
B. Tra i quadrilateri di area massima, inscritti in **E**, si determinino quelli di perimetro minimo, rispettivamente massimo.
C. Sia **R** il rettangolo di lati **2a**, **2b**, circoscritto ad **E**; si considerino i punti in cui i lati di **R** sono tangenti ad **E** ed i punti in cui le diagonali di **R** intersecano **E**. In ciascuno di tali punti si calcoli il raggio di curvatura di **E**.
D. Si dimostrino i risultati a), b), c), enunciati in 1.

2) A. Si studi la quartica piana **C** definita da:

$$x^4 + y^4 - xy = 0.$$

B. Si mostri in particolare che la parte reale di **C** ha nell'origine un nodo con due cappi, dei quali si chiede l'area.
C. Si determinino le omografie piane (affinità) che mutano in sé la **C**.
D. Si studi il gruppo **G** delle omografie ottenute.
E. Si risolva l'equazione differenziale

$$y' = -\frac{4x^3 - y}{4y^3 - x} \qquad (1)$$

F. Si verifichi che le omografie di **G** mutano in sé la famiglia delle linee integrali della **(1)**.

3) Sia dato un tetraedro regolare **T**.
A. Si calcoli il rapporto tra il volume della sfera circoscritta e quello della sfera inscritta in **T**.
B. Si determini l'ampiezza degli angoli diedri determinati dagli spigoli di **T**.
C. Si descriva e si studi il gruppo **G** delle isometrie di **T** in sé.
D. Si descriva il poliedro **P** che si ottiene assumendo come vertici di **P** i centri delle facce di **T**.
E. S'inquadri lo studio del tetraedro regolare nell'ambito della teoria dei poliedri regolari.

F. Si collochi il tetraedro **T** nel primo ottante di un sistema cartesiano ortogonale, di coordinate **x**, **v**, **z**, in modo che un vertice cada nell'origine, uno spigolo sull'asse delle ascisse ed una faccia sul piano **xy** e si dica, supposta **6** la lunghezza dello spigolo, qual è la probabilità che i tre numeri risultanti da tre lanci di un dado, con facce numerate da **1** a **6**, presi nell'ordine del lancio, rappresentino le coordinate di un punto interno al tetraedro.

Prova scritta di fisica

1) I tre principi della termodinamica: loro significato e loro collocazione nell'ambito della fisica classica e moderna sia dal punto di vista macroscopico che microscopico.

2) Raggi X di lunghezza d'onda **0,0060 nm** incidono su elettroni liberi praticamente fermi, dando luogo ad effetto Compton. Dopo aver ricavato la relazione di Compton che dà la variazione della lunghezza d'onda del fotone diffuso in funzione dell'angolo di diffusione, della costante **h** di Pianck (**h = $6{,}63\cdot10^{-34}$J sec**), della velocità **c** della luce (**c = $3{,}00\cdot10^{8}$m/sec**) e della massa a riposo **m_o** dell'elettrone (**m_o = $9{,}11\cdot10^{-31}$ Kg**), determinare lo spettro dei raggi X diffusi (ossia entro quali valori varia la lunghezza d'onda dei raggi X diffusi), l'energia massima acquisita dagli elettroni urtati dai raggi X oltre che la corrispondente velocità $\vec{V}_1$
Si ripeta l'esame del precedente problema nel caso in cui la lunghezza d'onda dei raggi X incidenti sia **0,120 nm** e si determini anche in questo caso la velocità massima $\vec{V}_2$ acquisita dagli elettroni urtati oltre che la lunghezza d'onda di De Broglie ad essi associata.
Un pennello di tali elettroni (con velocità $\vec{V}_2$) attraversa perpendicolarmente il campo elettrico uniforme generato da due superfici piane affacciate cariche di segno opposto. Il pennello di elettroni, attraversando il campo elettrico per un tratto della lunghezza di **1,00 cm**, subisce una deviazione di **0,20** radianti. Calcolare l'intensità $\vec{E}$ del campo elettrico e la d.d.p. tra le placche nel caso in cui queste distino **5,0 mm**, sapendo che la carica dell'elettrone è **e = $1{,}60\cdot10^{-19}$C**.
Calcolare quale induzione $\vec{B}$ deve avere un campo magnetico perpendicolare al predetto campo elettrico $\vec{E}$ ed alla velocità $\vec{V}_2$ degli elettroni, affinché il pennello da essi costituito non subisca alcuna deviazione, quando cioè le forze dovute al campo elettrico ed al campo magnetico si compensino annullandosi.
Quale traiettoria seguirebbero gli elettroni nel caso in cui venisse meno il campo elettrico? Determinare il raggio di curvatura di tale traiettoria e, se il moto è periodico, la sua frequenza.
Se attraverso i precedenti campi elettrico e magnetico si iniettassero elettroni con velocità pari al doppio o alla metà della velocità $\vec{V}_2$ degli elettroni sopra considerati, tali elettroni seguirebbero la stessa traiettoria di quelli con velocità $\vec{V}_2$? Giustificare la risposta.

3) Nell'esperimento di Young la distanza tra le due fenditure sia **0,14 mm** e la distanza tra lo schermo con le due fenditure e lo schermo su cui si raccoglie la figura di interferenza sia di **450 cm**.
Calcolare la distanza tra due frange successive se la lunghezza d'onda della luce monocromatica usata è di **633 nm**.
Calcolare quanto debbano essere larghe le due fenditure affinché nella frangia centrale di diffrazione cadano **7** frange di interferenza.
Calcolare inoltre la distanza tra due frange successive qualora l'esperimento fosse eseguito in acqua (**n = 1,333**).
Se la sorgente di luce usata ha una potenza di **0,50 mW**, quanto fotoni emette al secondo? (**h = $6{,}63\cdot10^{-34}$J·sec, c = $3{,}00\cdot10^{8}$m/sec**).

Ripetendo l'esperimento di Young con onde elettromagnetiche di frequenza **10,0 GHz**, con due fenditure distanti **12 cm** e si raccolgono le frange di interferenza su uno schermo a **60 cm** dalle doppie fenditure, si trovano frange di interferenza non equidistanti: determinare la distanza tra la frangia centrale e la prima frangia laterale e la distanza tra questa e la seconda frangia laterale.
Si tratti, in generale, il tema della diffrazione e dell'interferenza delle onde elettromagnetiche.

1984

Prova scritta di matematica

1) In un sistema di assi coordinati ortogonali **Oxyz** è data la circonferenza **C** di equazioni:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = & 1 \\ z = & 0 \end{cases}$$

A. Si determini il luogo **L** dei punti dello spazio che proiettano la circonferenza **C** nel piano **x = 0** in parabole e si studi la totalità delle parabole così ottenute.
B. Si esamini la corrispondenza che si ottiene quando si definiscono corrispondenti due punti del luogo **L** dai quali la circonferenza **C** è proiettata nella stessa parabola.

2) In un sistema di assi coordinati ortogonali **Oxy** sono assegnati nell'ordine cinque punti

$$\mathbf{P_i = (x_i, y_i) \qquad (i = 1, 2, 3, 4, 5).}$$

A. Si formuli un algoritmo, in termini delle coordinate ($\mathbf{x_i y_i}$), per stabilire se i punti $\mathbf{P_i}$ sono a tre a tre non allineati e, in questa ipotesi, si formulino successivamente, sempre in termini delle coordinate ($\mathbf{x_i}$, $\mathbf{y_i}$), un algoritmo per stabilire se la poligonale $\mathbf{P_1P_2P_3P_4P_5P_/}$ è non intrecciata, un algoritmo per stabilire se la stessa poligonale delimita un poligono convesso ed un algoritmo per il calcolo dell'area **A** di tale poligono, deducendone che essa è una funzione continua delle dieci variabili $\mathbf{x_l, y_l,}$ $\mathbf{x_5, y_5}$
B. Dati in particolare i punti

$$\mathbf{P_l = (0,0), P_2 = (0,2), P_3 = (2,2), P_4 = (1,1), P_5 = (2,0),}$$

si determini il baricentro del poligono **S** delimitato dalla poligonale $\mathbf{P_1P_2P_3P_4P_5P_/}$ e si individui, mediante opportune disequazioni, la regione **R** del piano formata dai punti che vedono la figura **S** sotto un angolo di ampiezza $\geq \pi/4$ (un punto **P** appartiene alla regione **R** se non esiste alcuna regione angolare di ampiezza minore di $\pi/4$, con vertice in **P**, che contiene per intero la figura **S)** e si calcoli l'area di **R**.
C. Si scelgano in modo casuale due numeri interi **a** e **b**, entrambi compresi tra **1** e **100**, estremi inclusi, e si calcoli la probabilità che il punto di coordinate (**a/50**, **b/50**) sia interno al detto poligono **S**.

3) A. Si risolva l'equazione differenziale

$$(1 + X^2)^2 \, yy' + 2x = 0$$

si studi la famiglia delle curve ottenute.
B. Si costruisca un algoritmo per la soluzione numerica della precedente equazione e lo si traduca eventualmente in un programma mediante uno dei linguaggi correnti.

Prova scritta di fisica

1) Le equazioni di Maxwell e le trasformazioni di Lorentz.

2) Dalla legge dei gas perfetti espressa nella forma

$$p\,V = 2\,n\,N\,Ç\,/\,3$$

(dove **p** indica la pressione del gas, **V** il volume, **n** il numero di grammomolecole, **N** il numero di Avogadro
ed Ç l'energia media delle molecole) dedurre il rapporto tra calore specifico a pressione costante e calore specifico a volume costante sia per un gas monoatomico sia per un gas biatomico.
Calcolare quindi: a) la velocità quadratica media degli atomi di gas elio, se questo si trova alla temperatura di **0°C** e la corrispondente lunghezza d'onda associata di De Broglie, b) l'energia **E** necessaria per ionizzare un atomo di idrogeno (si ipotizzi l'elettrone dell'atomo di idrogeno alla distanza di **0,05 nm** dal nucleo in condizioni di equilibrio) e la temperatura a cui si debbono trovare gli atomi di idrogeno affinché la loro energia cinetica media sia **E**; c) l'incremento di entropia per una grammomolecola di idrogeno che passi da **273°K** a **742°K** sia a volume costante sia a pressione costante. Infine si determinino i livelli energetici possibili come autovalori per un atomo di elio confinato in una "scatola cubica" di lato **1 mm** (si consideri cioè un atomo di elio confinato in un cubo al cui interno il potenziale è nullo e alle pareti diviene infinito). Si calcoli quindi il valore del livello energetico più basso.
(Si ricordano i valori di alcune grandezze:
numero di Avogadro = $6{,}0.10^{23}$
costante R del gas perfetto = 8,3 J/°K
massa di grammoatomo di elio = 4,0 g
costante di Planck = $6{,}6.10^{-34}$ J.s)

3) Una sferetta di vetro del raggio di **5 mm** (densità **2,7 g/cm^3**) urta elasticamente una sferetta di acciaio di uguali dimensioni (densità **8,1 g/cm^3**). La palliria di vetro acquista la velocità con cui va ad urtare la sferetta di acciaio rotolando lungo un piano inclinato alto **29 cm** e lungo **90 cm**. Calcolare la velocità della sferetta di vetro prima e dopo l'urto e la velocità della sferetta di acciaio dopo l'urto, sapendo che la sferetta di vetro (o meglio il suo baricentro) prima dell'urto si muove lungo una retta che dista **6 mm** dal baricentro della sferetta in acciaio.
Si studi quindi la reazione:

$$He^4 + Be^9 \rightarrow C^{12} + n^1 + 5{,}7 \text{ Mev}$$

e si determini la velocità massima del neutrone prodotto se la reazione avviene bombardando una targhetta di **Be** con particelle alfa accelerate per mezzo di una d.d.p. di **1.000.000 Volt**.
(Si ricordano i valori di alcune grandezze:
massa del neutrone = $1{,}67.10^{-27}$ Kg
massa del He^4 = $6{,}6.10^{-27}$ Kg

massa del $Be^9 = 1,5.10^{-26}$ Kg
massa del $C^{12} = 2,0.10^{-26}$ Kg
carica dell'elettrone = $1,6.10^{-19}$ C)
Si tratti quindi il tema della radioattività sia naturale che indotta.

Concorso ordinario 1990

Prova scritta di Matematica
Il candidato svolga uno dei seguenti temi:
1) Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$\mathbf{y' = 1 + y / x}$$

- La funzione $\mathbf{f_n}$, definita sull'insieme **R** dei reali maggiori o uguali a zero e che assume valori in **R** sia così definita:

$$\begin{cases} f_n(x) = x(n + \log x) & per \quad ogni \quad x \;\; reale > 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$

essendo **log x** il logaritmo naturale di **x** ed **n** un intero assoluto. Sia $\mathbf{C_n}$ il grafico della $\mathbf{f_n}$, in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale monometrico.
Mostrare che le funzioni $\mathbf{f_n}$, di **x** presentano un minimo; studiare l'andamento delle $\mathbf{C_n}$ per **x = 0** e per **x** tendente a più infinito. Mostrare che la curva $\mathbf{C_{n+1}}$, grafico della funzione $\mathbf{f_{n+1}(x)}$, può essere dedotto dalla curva $\mathbf{C_n}$ per mezzo di un'omotetia, di centro nell'origine e rapporto da determinare.
- Posto **n = 0** nella $\mathbf{f_n(x)}$, tracciare il grafico $\mathbf{C_o}$.
- Sia α la soluzione dell'equazione

$$\mathbf{f_o\,(t) = 1}$$

Dedurre una limitazione per la radice α.
Descrivere un algoritmo per il calcolo approssimato di α.
- Considerare la trasformazione φ_a del piano in se stesso, che ad ogni punto **M(x,y)** associa il punto **M' (x',y')** tale che

$$\begin{cases} x' = ax \\ y' = ax \log a + ay & es\mathrm{sen}do \;\; a \quad un \quad reale > 0. \end{cases}$$

Mostrare che l'insieme Φ delle applicazioni φ_a quando a descrive l'insieme dei reali maggiori di zero, è un gruppo rispetto alla composizione di applicazioni.
- Trattare la funzione logaritmo nel campo reale e nel campo complesso.

2) Calcolare l'integrale definito

$$S_n(K) = \int_k^{e^{-n}} x(n + \log x)\, dx$$

dove **log x** è il logaritmo naturale.
Mostrare che $\mathbf{S_n(k)}$ ammette un limite $\mathbf{U_n}$ quando **k** tende a zero. Mostrare che la successione dei valori $\mathbf{U_n}$ (con **n** numero naturale) è una progressione geometrica, di cui si troveranno il primo termine e la ragione.
- Considerare l'insieme di coniche $\mathbf{C_k}$ definite in un sistema di assi coordinati ortogonali monometrici da:

$$\mathbf{x^2 + (k + 2)\, y^2 - 2xy - 6kx = 0}$$

con **k** reale.
Determinare per quali valori di **k** si ottengono coniche degeneri.
Determinare per quali valori di **k** si ottengono iperboli aventi gli asintoti ortogonali.
Ridurre a forma canonica la conica $\mathbf{C_{-1}}$.
- Considerare un punto **P** qualunque della parabola di equazione

$$y^2 = \frac{3x}{\sqrt{2}}.$$

Considerare la normale **n** alla parabola e la perpendicolare **p** all'asse di simmetria condotte dal punto **P**: mostrare che la lunghezza del segmento determinato da **n** e da **p** sull'asse di simmetria della parabola è indipendente da **P**. - Esporre la nozione di probabilità subordinata, il teorema della probabilità composta e il teorema di Bayes, corredando l'esposizione con esempi didattici a livello di Scuola Secondaria Superiore.

3) In un sistema di assi coordinati ortogonali monometrici di origine **O** considerare il punto **A(-1,0)** e il punto **C(O,k)**, con **k** numero reale.
- Trovare l'equazione del luogo dei punti **M** ed **N** comuni alla retta **AC** e alla circonferenza di centro **C** e passante per **O**. Studiare questo luogo di punti mettendone in evidenza le singolarità.
- Considerare l'inversione per raggi vettori reciproci di centro nell'origine e raggio **r =** ÔÂ. Scrivere le equazioni di tale trasformazione geometrica ed elencarne alcune proprietà.
Trovare le equazioni delle inverse della retta **AC** e della circonferenza di centro **C** passante per **O**. Dedurre il luogo dei punti **M'** ed **N'** inversi di **M** ed **N**. Indicare inoltre una costruzione geometrica di tali punti.
Sia **M'** il punto di ascissa positiva: dimostrare che la bisettrice dell'angolo $\mathbf{A\hat{M}'O}$ ha una direzione fissa.
- Trovare il luogo geometrico dell'ortocentro **H** del triangolo **AM'O**.
- Trattare i metodi di integrazione delle equazioni differenziali.

Prova scritta di Fisica
Il candidato tratti a scelta uno dei seguenti temi:

1) Diffrazione di Fraunhofer e di Fresnel.

2) Un tubetto di rame (densità **8,93 g/cm^3**) del diametro esterno di **10 mm** e interno di **9 mm**, lungo **120 mm** , è appoggiato alle estremità su un binario costituito da due rotaie di rame distanti tra loro **12 cm** e inclinate di un angolo di **30°** rispetto al piano di terra.
Le due rotaie sono collegate da una resistenza di **15 Ω** e poste in un campo magnetico uniforme verticale di induzione magnetica **2 Wb/m^2**.
Calcolare la velocità limite che il cilindro raggiunge rotolando sul binario: si supponga di potere trascurare la resistenza meccanica e la resistenza elettrica di cilindro e rotaie.
Calcolare quindi l'energia cinetica (di traslazione e di rotazione) acquisita dal cilindro di rame.
La velocità raggiunta dal cilindro di rame può essere misurata per mezzo della differenza in lunghezza d'onda tra un fascio di onde elettromagnetiche incidente sul cilindro e il fascio riflesso (effetto Doppler) supposto che emittente e ricevente siano in testa al binario.
Calcolare la variazione della frequenza dell'onda riflessa rispetto a quella dell'onda incidente quando il cilindro ha raggiunto la velocità limite, sapendo che le onde elettromagnetiche incidenti hanno una frequenza di **43 GHz**.
Calcolare la potenza dissipata nella resistenza elettrica posta tra le rotaie quando il cilindro si muove alla velocità limite.

3) Calcolare l'energia del campo elettrico di una sfera conduttrice di raggio **R** su cui è posta una carica **Q**.
Supposto che la massa dell'elettrone (**0,911 · 10^{-30} kg**) sia dovuta interamente all'energia del suo campo elettrico, calcolare il raggio dell'elettrone nelle ipotesi:
a) che la sua carica sia distribuita uniformemente sulla superficie di una sfera;
b) che la sua carica sia distribuita uniformemente nel volume di una sfera. (carica dell'elettrone **1,60 · 10-19 Coulomb**, velocità della luce nel vuoto **3,00 · 10^8 m/s**).
Si analizzino quindi le caratteristiche dell'elettrone (massa a riposo, massa dinamica, carica elettrica, spin, ...) e si tratti come la ricerca sul comportamento dell'elettrone abbia segnato lo sviluppo della fisica nell'ultimo secolo.

Durata massima della prova: ore otto.
Sia per la prova scritta di matematica che quella di fisica è consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Concorso riservato 1983 (art.76)

1) La divisione dei polinomi e la regola di Ruffini.
2) Equivalenza nel piano o nello spazio.
3) Punti notevoli dei triangoli.
4) Potenza di un binomio.
5) Applicazioni dell'integrale definito.
6) Lenti e prismi.
7) Il secondo principio della termodinamica.
8) Interferenza.
9) Strumenti e metodi di misura..
10) Radiazioni ionizzanti.
11) Leggi della dinamica.